

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 1

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. La taula següent mostra els ingressos, en milers d'euros, d'una botiga que disposa de tres locals, durant els mesos de gener, febrer i març de 2020.

	Gener	Febrer	Març
Local 1	13,5	13,2	4,2
Local 2	11	12,5	3,8
Local 3	15	14	2,7

Hem recollit la informació anterior en la matriu A , en què cada fila indica un local i cada columna el mes corresponent:

$$A = \begin{pmatrix} 13,5 & 13,2 & 4,2 \\ 11 & 12,5 & 3,8 \\ 15 & 14 & 2,7 \end{pmatrix}.$$

- a) Considereu els vectors $v = (1 \ 1 \ 1)$ i $w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Feu les operacions $v \cdot A$ i $A \cdot w$.

Interpreteu en cada cas el resultat obtingut.

[1,25 punts]

- b) La matriu B recull els resultats del trimestre següent, és a dir, els ingressos corresponents als mesos d'abril, maig i juny de 2020:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 2 & 7 & 5 \\ 4 & 11 & x \end{pmatrix}.$$

Desconeixem la dada corresponent al mes de juny del local 3, que hem denominat x , però sabem que el rang de la matriu B és 2. Trobeu el valor de x .

[1,25 punts]

2. La Filomena fa una festa i convida els amics a menjar un pastís. Ha anat a la botiga i ha comprat una dotzena d'ous, una bossa de farina d'ametlla i un paquet de sucre morè. La festa ha estat un èxit i decideix repetir la trobada i tornar a fer el pastís. Torna a la botiga i compra una altra dotzena d'ous i dues bosses de farina d'ametlla. Però un cop a casa s'adona que no té gens de sucre. Torna a la botiga i compra un paquet de sucre morè i també una altra dotzena d'ous. La primera compra li va costar 6 €, la segona 6,5 € i la darrera 3,5 €.
- a) Plantegeu un sistema d'equacions amb les dades del problema.
[0,75 punts]
- b) Calculeu el preu d'una dotzena d'ous, el d'una bossa de farina d'ametlla i el d'un paquet de sucre morè.
[1,75 punts]
3. Un restaurant que acaba d'obrir vol posar anuncis a la ràdio i a la televisió locals durant una setmana per a donar-se a conèixer i augmentar així el nombre de clients. Té un pressupost màxim de 18.000 euros. Cada anunci a la ràdio costa 1.000 euros i el contracte preveu que com a mínim cal fer-ne 3. Cada anunci a la televisió costa 3.000 euros i, per disponibilitat de programació, se'n poden fer com a màxim 4. S'estima que cada anunci a la ràdio suposa un increment de 10 clients per al restaurant i que cada anunci a la televisió suposa un increment de 60 clients.
- a) Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.
[1,25 punts]
- b) Calculeu quants anuncis haurà de posar a la ràdio i quants a la televisió perquè el nombre de clients nous sigui màxim. Quants clients nous obtindrà?
[1,25 punts]
4. La funció $C(t) = 3 - \frac{1}{t^2 - 4t + 5}$, en què t són els anys transcorreguts i $C(t)$ la quantitat de clients, expressada en milers, modelitza l'evolució d'una empresa que ha entrat en crisi.
- a) Calculeu quants clients tenia l'empresa en el moment inicial i quants en tenia al cap d'un any.
[0,5 punts]
- b) Trobeu l'instant en què l'empresa deixa de perdre clients i calculeu quants clients té en aquell instant.
[1 punt]
- c) Calculeu quant temps haurà de passar perquè l'empresa aconseguixi tenir de nou el mateix nombre de clients que en el moment d'iniciar l'estudi.
[1 punt]
5. Una empresa posa a la venda un producte que distribueix en caixes. El benefici B obtingut per l'empresa, expressat en milers d'euros, és donat per l'expressió $B(x) = -x^2 + 16x - 55$, en què $x > 0$ és el preu de venda de cada caixa, expressat en euros.
- a) Quin benefici obtindrà si el preu de venda de cada caixa és de 6 euros? Entre quins valors cal fixar el preu de venda d'una caixa per a obtenir beneficis?
[1,25 punts]
- b) A quin preu ha de vendre cada caixa perquè el benefici sigui el més gran possible? Quin és aquest benefici màxim?
[1,25 punts]
6. Considereu la funció $f(x) = px^3 - 4x^2 + 7px - 18$.
- a) Calculeu quin ha de ser el valor del paràmetre p perquè les rectes tangents a la corba en els punts d'abscisses $x = 1$ i $x = 3$ siguin paral·leles.
[1,25 punts]
- b) Escriviu l'equació de la recta tangent al punt d'abscissa $x = 3$ per al valor de $p = 2$.
[1,25 punts]