



## Proves d'accés a la universitat

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 5

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. Considereu la funció  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ .

a) Trobeu l'equació de la recta tangent a  $f(x)$  en el punt d'abscissa  $x = 0$ .

[1,25 punts]

b) Estudieu en quins intervals la funció  $f(x)$  és creixent i en quins és decreixent. Indiqueu-ne també els extrems relatius i digueu si són màxims o mínims.

[1,25 punts]

2. Per tal de vendre un excés de producció de 100 banyadors i 200 parells de xanquetes, una botiga de roba de platja prepara dues promocions: l'oferta blava i l'oferta groga. L'oferta blava consisteix en un lot amb tres parells de xanquetes i un banyador per 50 €, i l'oferta groga, en un lot amb un parell de xanquetes i dos banyadors per 30 €. Per a complir els propòsits de la botiga, caldria que el nombre de lots venuts de l'oferta blava fos la meitat o més que el nombre de lots venuts de l'oferta groga.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions de venda que té la botiga.

[1,25 punts]

b) Quants lots de cada tipus s'hauran de vendre per a optimitzar els ingressos? Quins seran aquests ingressos?

[1,25 punts]

3. Una empresa de productes lactis va ingressar l'any passat un total d'1.800.000 € per les vendes de formatges. Les exportacions a la Unió Europea van aportar tants ingressos com les vendes en l'àmbit estatal i les exportacions a països extracomunitaris juntes. Aquest any l'empresa ha ingressat 1.950.000 € i sabem que les vendes estatals han disminuït un 5 %, les exportacions a la Unió Europea han augmentat un 15 % i les exportacions a països extracomunitaris han augmentat un 10 %. Determineu les quantitats que va ingressar per cada concepte (vendes en l'àmbit estatal, exportacions a la Unió Europea i exportacions a països extracomunitaris) l'any passat, i també les quantitats que ha ingressat aquest any.

[2,5 punts]

4. Supposeu que la temperatura de l'aigua del mar en una zona concreta és donada per la funció  $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 4}$ , en què  $x$  representa la fondària en metres negatius (per exemple,  $f(-5)$  representa el valor de la temperatura de l'aigua en graus Celsius a 5 metres de profunditat).
- a)** Quina és la temperatura de l'aigua a la superfície? A quines profunditats la temperatura és de zero graus? Cap a quin valor tendeix la temperatura quan baixem a molta profunditat?  
[1,25 punts]
- b)** Calculeu a quina fondària la temperatura és més baixa i quin és el valor d'aquesta temperatura mínima.  
[1,25 punts]
5. Fem dues proves de consum de combustible a un vehicle: en la primera, el vehicle recorre 200 km per carretera i 100 km per ciutat, i consumeix un total de 17 litres, mentre que en la segona recorre 300 km per carretera i 50 km per ciutat, i consumeix 17,5 litres. Suposant que els consums mitjans per carretera i per ciutat són sempre constants:
- a)** Quin és el consum mitjà per 100 km en cada una de les dues proves?  
[1,25 punts]
- b)** Quants litres consumirà el mateix vehicle si en una tercera prova recorre 400 km per carretera i 150 km per ciutat?  
[1,25 punts]
6. Considereu la matriu  $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ , en què  $a$  és un nombre real.
- a)** Calculeu  $A^2$ ,  $A^3$  i  $A^4$ .  
[1,25 punts]
- b)** Deduiu quant valdrà la matriu  $A^{100}$ .  
[1,25 punts]