

## Proves d'accés a la universitat

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 2

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

- Una fàbrica estima que el benefici mensual, en milers d'euros, per cada tona de confeti venuda és donat per la funció  $f(x) = \frac{-0,2x^2 + 5x - 20}{x}$ , en què  $x$  representa el nombre de tones de confeti venudes.
  - Determineu en quin interval de valors s'ha de trobar la variable  $x$  perquè la fàbrica no tingui pèrdues.  
[1,25 punts]
  - Calculeu la quantitat de tones de confeti que proporciona el benefici màxim i digueu quin és aquest benefici.  
[1,25 punts]
- En una pastisseria volen preparar capsetes de panellets per a obsequiar els millors clients durant la setmana de la Castanyada. En total, disposen de 120 panellets de pinyons i de 150 panellets de coco. Volen preparar capsetes de dos tipus: les del primer tipus contindran 3 panellets de pinyons i 2 de coco, i les del segon tipus contindran 4 panellets de pinyons i 6 de coco. La idea de la pastisseria és preparar el nombre màxim de capsetes possible amb els panellets de què disposen tenint en compte que, com a mínim, han de preparar 9 capsetes de cada tipus.
  - Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.  
[1,25 punts]
  - Determineu quantes capsetes cal preparar de cada tipus per a fer el màxim nombre d'obsequis possible. Indiqueu si, en aquest cas, s'utilitzaran tots els panellets disponibles i, si no és així, quants en sobran de cada tipus.  
[1,25 punts]
- En una festa familiar s'han reunit 20 persones. Si comptem el total d'homes i dones junts, observem que n'hi ha el triple que de nens. A més, sabem que, si hi hagués assistit una dona més, el nombre de dones hauria estat igual que el nombre d'homes.
  - Plantegeu un sistema d'equacions per a esbrinar quants homes, quantes dones i quants nens van assistir a la festa.  
[0,75 punts]
  - Resoleu el sistema de l'apartat anterior i interpreteu-ne el resultat.  
[1,75 punts]

4. Un granger vol construir un corral rectangular per als seus conills. Sabem que només disposa de 40 m lineals de tanca metàl·lica.
- a) Anomenem  $x$  l'amplària del corral i  $y$  la seva llargària. Escriviu la funció que permet calcular l'àrea del corral tenint en compte només l'amplària  $x$ .  
[1,25 punts]
- b) Calculeu en quin punt assoleix el seu màxim la funció que heu trobat a l'apartat anterior. Deduiu quina ha de ser l'amplària  $x$  i quina la llargària  $y$  perquè el corral tingui l'àrea màxima. Quina serà aquesta àrea màxima?  
[1,25 punts]

5. Considereu la matriu  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- a) Trobeu l'expressió general de  $A^n$ . Demostreu que la inversa de  $A^n$  és  $\begin{pmatrix} 1 & -n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .  
[1,25 punts]
- b) Trobeu la matriu  $X$  que satisfà l'equació matricial  $A^{10} \cdot X - A^{20} = A$ .  
[1,25 punts]

6. Considereu la funció real de variable real  $f(x) = 4x^3 + ax^2 - 2$ .
- a) Determineu el valor del paràmetre real  $a$  per tal que la funció tingui un extrem relatiu en el punt d'abscissa  $x = -1$ .  
[1,25 punts]
- b) Calculeu els intervals de creixement i decreixement de la funció  $f(x)$  quan  $a = 12$ . Indiqueu també els punts en què hi ha extrems relatius i classifiqueu-los.  
[1,25 punts]