

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 4

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. Considerem la matriu $A = \begin{pmatrix} x & -2 \\ 5 & -x \end{pmatrix}$. Estudieu per a quins valors de x la matriu inversa

de la matriu A coincideix amb la seva oposada, és a dir, $A^{-1} = -A$.

[2,5 punts]

2. Un fabricant va tenir un producte a la venda durant deu anys. Durant aquest temps, el preu del producte P , en euros, va estar relacionat amb el temps que feia que estava a la venda t , expressat en anys, seguint la funció següent:

$$P(t) = \begin{cases} 5(t+1)^2 - 5 & \text{si } 0 \leq t \leq 2 \\ -4t + 48 & \text{si } 2 < t \leq 10 \end{cases}$$

- a) Indiqueu els intervals de creixement i de decreixement del preu del producte durant aquests deu anys.

[1,25 punts]

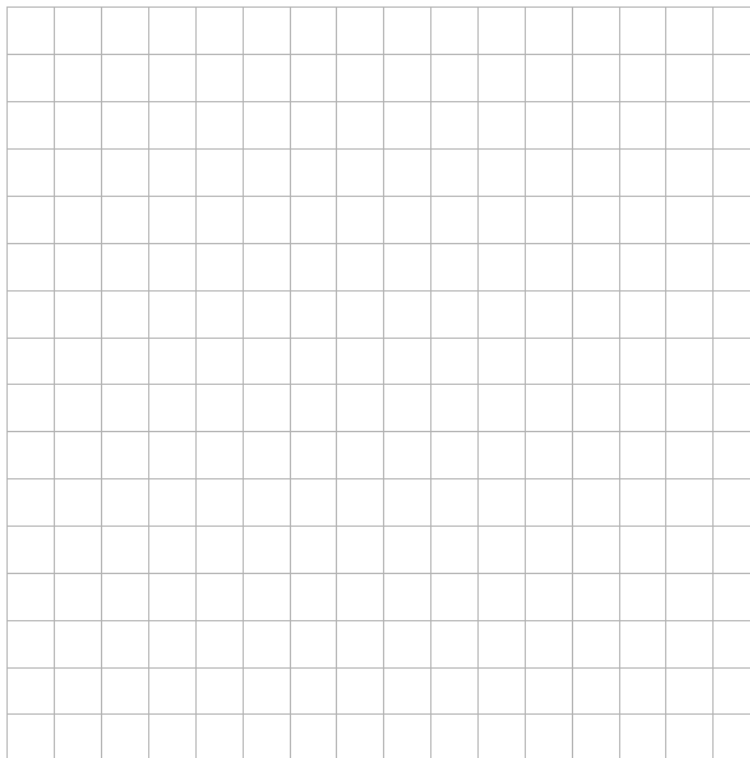
- b) Trobeu el preu màxim que va assolir el producte durant el temps que va estar a la venda i calculeu la taxa de variació mitjana del preu del producte durant els darrers cinc anys que va estar a la venda.

[1,25 punts]

3. Una coneguda marca fabrica dues versions d'una mateixa fragància: el perfum, que és més concentrat i que es ven en ampolles petites que costen 70 euros, i la colònia, que és més diluïda i que es ven en ampolles més grans a 82 euros. En la fabricació cal barrejar dos ingredients: l'ingredient A (que conté l'aroma concentrat) i l'ingredient B (que conté alcohol i altres substàncies). En aquests moments el fabricant disposa de 5.000 ml de l'ingredient A i de 30.000 ml de l'ingredient B. Per a fabricar una ampolla de perfum calen 10 ml de l'ingredient A i 40 ml de l'ingredient B, i per a fabricar-ne una de colònia calen 10 ml de l'ingredient A i 90 ml de l'ingredient B. Les comandes actuals obliguen a fabricar almenys 120 unitats de perfum i 70 unitats de colònia.

- a) Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.

[1,25 punts]



- b)** Quantes unitats cal produir de cada versió per a obtenir, un cop venudes, uns ingressos màxims? Quins són aquests ingressos?
[1,25 punts]
4. Considerem les funcions $f(x) = x^2 + ax + b$ i $g(x) = -x^2 + c$.
- a)** Calculeu els valors dels paràmetres a , b i c per tal que les gràfiques de $f(x)$ i $g(x)$ es tallin en els punts $(-1, 3)$ i $(3, -5)$.
[1,25 punts]
- b)** Per a $c = 4$, trobeu l'equació de la recta tangent a $g(x)$ en el punt d'abscissa $x = -1$.
[1,25 punts]
5. Un triatló consta de tres segments que cal realitzar consecutivament practicant tres modalitats d'esport diferents: natació, ciclisme i cursa a peu. La distància total que es recorre en el triatló és de 75 km. Sabem que el recorregut en bicicleta és igual a quatre vegades la distància que cal recórrer nedant i corrent conjuntament. Sabem també que si sumem 3 km a la distància que es fa corrent ens dona el mateix que cinc vegades el recorregut que es fa nedant. Determineu la distància recorreguda en cada modalitat.
[2,5 punts]
6. La funció $Q(x) = (x + 1)^2 (32 - x)$, en què $x \in [-1, 32]$, representa la producció, en quilograms, d'una hortalissa en un hivernacle en funció de la temperatura x , expressada en graus centígrads ($^{\circ}\text{C}$), que pot variar entre -1°C i 32°C .
- a)** Calculeu quina és la temperatura de l'hivernacle amb la qual s'obté la màxima producció. Quina producció d'hortalissa obtindrem a aquesta temperatura?
[1,25 punts]
- b)** Calculeu a quines temperatures s'assoleix el nivell mínim de producció i quin és aquest valor mínim.
[1,25 punts]