



Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 4

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

1. Considereu la funció $f(x) = 2x^3 + ax$. Calculeu el valor de la constant a per tal que aquesta funció tingui un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = -1$. Digueu si es tracta d'un màxim o d'un mínim i doneu també el valor que pren la funció $f(x)$ en aquest punt.
[2 punts]
2. L'empresa d'esport d'aventura Xtrem prepara per a la darrera setmana de juny dos paquets: el paquet bàsic (PB) i el paquet súper (PS). El PB inclou una baixada de ràfting, una baixada fent barranquisme i un salt de pont, i té un preu de 50 €. D'altra banda, el PS inclou tres baixades de ràfting, dues fent barranquisme i un salt de pont, i el preu és de 120 €.
Per limitacions climàtiques i de personal, només es poden fer 12 baixades de ràfting, 9 fent barranquisme i 8 salts de pont.
Per a fer la promoció turística, es vol saber quina combinació de paquets proporciona més ingressos.
 - a) Trobeu les inequacions que han de complir totes les possibles combinacions de paquets. Dibuixeu la regió del pla en què es troben aquestes possibles solucions i trobeu la funció que dona els ingressos en funció del nombre de paquets de cada tipus.
[1,25 punts]
 - b) Trobeu el nombre de paquets de cada tipus que ha d'oferir l'empresa per a obtenir els ingressos màxims i digueu quins serien aquests ingressos.
[0,75 punts]

3. Un nutricionista, després de fer un estudi personalitzat a un pacient, li proposa una dieta. Segons el model del nutricionista, el pes en kilograms del pacient seguirà la funció

$$f(x) = \frac{63x + 510}{x + 6},$$

en què x denota el nombre de mesos que fa que segueix la dieta.

- a) Justifiqueu que la funció f és estrictament decreixent quan $x \geq 0$.

[0,75 punts]

- b) Determineu el pes inicial del pacient i quant pesarà al cap de dos mesos de seguir la dieta segons el model. Cap a quin valor tendirà el seu pes a llarg termini? Argumenteu si aquest valor límit s'assolirà en algun moment.

[1,25 punts]

4. Per la Festa Major, la pastisseria del poble elabora unes capsas de bombons especials. La capsa petita conté 10 bombons, la mitjana té 15 bombons i la gran en té 25. Cada capsa va decorada amb un llaç commemoratiu. En total han utilitzat 210 llaços i 2.650 bombons. Tenint en compte que han elaborat el doble de capsas petites que de mitjanes i grans juntes, quantes capsas de cada tipus han elaborat?

[2 punts]

5. Un comerciant pot comprar articles a 350 € la unitat. Si els ven a 750 € la unitat, en ven 30. Sabem que la relació entre aquestes dues variables (el preu de venda i el nombre d'unitats venudes) és lineal i que, per cada descompte de 20 € en el preu de venda, incrementa les vendes en 3 unitats. Considerant que el comerciant només comprarà el nombre d'articles que sap que vendrà:

- a) Escriviu la funció de beneficis a partir del nombre de vegades x que s'aplica el descompte.

[1 punt]

- b) Determineu el preu de venda que fa màxims els beneficis del comerciant i justifiqueu que és un màxim. Determineu quantes unitats vendrà.

[1 punt]

6. En una oficina tenen tres proveïdors que els subministren el material. La matriu P ens dona els preus unitaris, en euros, de cada un dels articles $A1$, $A2$ i $A3$, segons els proveïdors $p1$, $p2$ i $p3$.

$$P = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 4 \\ 11 & 12 & 13 \\ 13 & 13 & 12 \end{pmatrix}$$

Representem una comanda de x unitats de $A1$, y unitats de $A2$ i z unitats de $A3$ per un vector fila $C = (x \ y \ z)$.

- a) Expliqueu què representen cadascun dels elements del vector que resulta de multiplicar $C \cdot P$.

[0,5 punts]

- b) Si hem de comprar 25 unitats de $A1$, 10 de $A2$ i 15 de $A3$, quin dels tres proveïdors ens ofereix un millor preu per a tota la comanda? Quin és aquest preu?

[1,5 punts]



Institut
d'Estudis
Catalans